TD2 Informatique

Exercice 1

Soit le couple de suites récurrentes (u_n, v_n) défini par $u_0 = v_0 = 1$ et $\begin{cases} u_{n+1} &= u_n + \dfrac{v_n}{n+1} \\ v_{n+1} &= \dfrac{u_n}{n+1} + 0.9v_n \end{cases}$

a) Représenter les points de coordonnées (u_n, v_n) pour n variant de 0 à 100

b) Calculer, pour n variant de 0 à 100 une valeur approchée du rapport $\dfrac{nv_n}{u_n}$

Commandes: for, seq, plot

Exercice 2

Résoudre $2xy(x) - x^2y'(x) = x^2$ avec la condition $y(1) = 2$ Critiquer le résultat donné.

Commande: dsolve

Exercice 3

On note f_m la solution de l'équation différentielle $(1-x^2)y'(x)-xy(x) = 1$ sur $]-1, 1[$, vérifiant $f_m(0) = m$

Sur un même graphique, représenter en bleu la courbe de f_m pour $m = -\dfrac{\pi}{2}$ et en rouge les courbes de f_m pour $m = \{-2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5\}$

Commandes: dsolve, unapply, Re, rhs, display

Exercice 4

Soit f une fonction continue, 2π-périodique, sur $\mathbb{R}$ (on prendra $f(x) = \sin(x)$ puis $f(x) = \sin^2(x)$)

a) Vérifier qu'existe une unique solution g de l'équation différentielle: $y"(x) - y(x) = f(x)$ vérifiant: $g(0) = g(2\pi)$ et $g'(0) = g'(2\pi)$

b) Représenter la courbe de g sur $[0, 4\pi]$

Commandes: dsolve, unapply, rhs

Exercice 5

a) Montrer qu'existe une unique solution f de l'équation différentielle:

$|x|\, y'(x) + y(x) = x^2 \cos(x)$ définie sur $\mathbb{R}$

On notera f_1 la solution sur $\mathbb{R}_+^*$ de l'équation différentielle vérifiant $f(\pi/2) = a$ et f_2 la solution sur $\mathbb{R}_-^*$ vérifiant $f(-\pi/2) = b$ et on cherchera le DL à l'ordre 3 de $x(f_1(x) - f_2(x))$

b) Représenter la courbe de f sur $[-\pi, \pi]$

Commandes: dsolve, rhs, unapply, series, display

Exercice 6

On note f_m la solution sur $]-1, 1[$ de l'équation différentielle: $2(1 - x^2)y"(x) - 2my'(x) + y(x) = 0$ vérifiant: $f_m(0) = -1$ et $f'_m(0) = 0$

Donner l'allure des courbes f_1, f_2, f_3, f_4

Commandes: dsolve,type=numeric, odeplot

Exercice 7

On note $\mathcal{E}$ l'équation différentielle: $(1 - x)(1 - 9x)y"(x) + (3x - 19)y(x) - 8y(x) = 0$

a) Trouver a, b pour que $P : x \mapsto x^2 + ax + b$ soit solution de $\mathcal{E}$

b) Résoudre $\mathcal{E}$ en faisant le changement de fonction inconnue $y(x) = P(x)z(x)$

Exprimer la solution de $\mathcal{E}$ vérifiant $y(0) = 1$ et $y'(0) = 2$

Commandes: solve, dsolve, rhs, subs, int