

Exercice 55

Enoncé

Résoudre $xyy' - xy - x^2 - y^2 = 0$ en posant $y = xz$ et avec la condition $z(e/2) = 1$
Tracer la courbe intégrale.

Commentaires

Les anciennes versions de MAPLE donnent directement la réponse; ce qui n'est pas le cas de la version installée dans les postes de Mimard, où le logiciel utilise une fonction spéciale pour exprimer y en fonction de x au lieu de paramétrer la courbe.

La commande `subs(y=xz,expr)` permet de faire le changement de fonction inconnue $y = xz$ (calcul qui se fait aisément à la main).

On obtient $\frac{zz'}{z+1} = \frac{1}{x}$ et en intégrant pour $x > 0$ et $z > -1$

$z - \ln(z+1) = \ln x + \text{constante}$ et $x = A \frac{\exp(z)}{z+1}$

On veut $z(e/2) = 1$ d'où $A = 1$ et

$x = \frac{\exp(z)}{z+1}$ et $y = xz = \frac{z \exp(z)}{z+1}$

D'où le tracé de la courbe, pour $z > -1$ et en centrant bien la courbe par la commande `view`

Commandes MAPLE

>

Exercice 55

> restart;

> eq:=x*y(x)*diff(y(x),x)-x*y(x)-x^2-y(x)^2;

$$eq := x y(x) \left(\frac{d}{dx} y(x) \right) - x y(x) - x^2 - y(x)^2$$

> dsolve({eq},{y(x)});

$$\left[\left\{ y(x) = -x + e^{\left(-\text{LambertW} \left(-\frac{e^{-1}}{e^{-CI} x} \right) - 1 - CI \right)} \right\} \right]$$

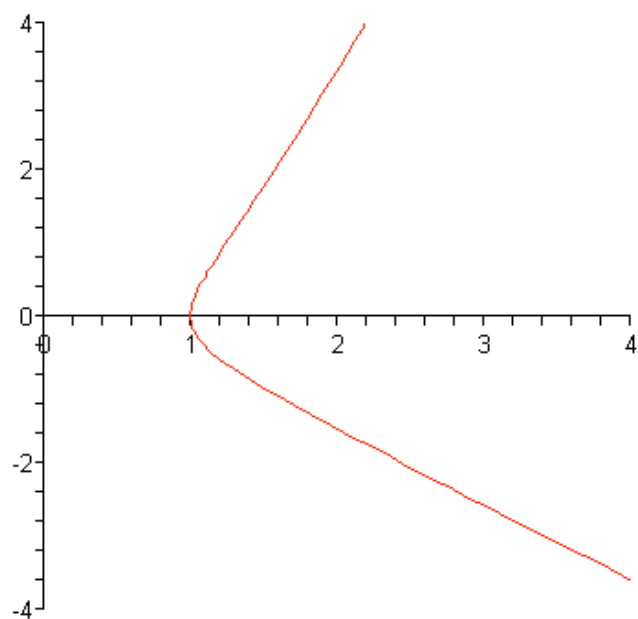
> neq:=subs(y(x)=x*z(x),eq);

$$neq := x^2 z(x) \left(\frac{d}{dx} (x z(x)) \right) - x^2 z(x) - x^2 - x^2 z(x)^2$$

> nneq:=simplify(neq/(x^2));

$$nneq := z(x) x \left(\frac{d}{dx} z(x) \right) - z(x) - 1$$

> plot([exp(t)/(t+1), t*exp(t)/(t+1), t=-0.9..2], view=[0..4,-4..4]);



>