

Exercice 32

Enoncé

Soit f de classe \mathcal{C}^2 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 , de laplacien nul. On pose $F(r, t) = f(r \cos t, r \sin t)$ montrer que

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

Commentaires

MAPLE est appréciable pour le calcul de dérivées partielles toujours pénible à faire à "la main"

j'ai défini F comme une expression et non comme une fonction, d'où les commandes `diff` pour les dérivées partielles.

Pour plus de lisibilité, j'ai tout multiplié par r^2 et calculé:

$$r^2 \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + r \frac{\partial F}{\partial r} - \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

L'expression donnée par MAPLE montre que cette expression est nulle si $\Delta f = 0$

Commandes MAPLE

E32.html

08/05/09 17:04

>

exercice 32

> **restart;**

> **F:=f(r*cos(t),r*sin(t));**

$F = f(r \cos(t), r \sin(t))$

> **simplify(r^2*diff(F,r,r)+r*diff(F,r)+diff(F,t,t));**

$r^2 (D_{1,1} f(r \cos(t), r \sin(t)) + D_{2,2} f(r \cos(t), r \sin(t)))$

>