> **#Exercice 23** système différentiel#

```
> restart:
> eq1:=diff(x(t),t)=-2*x(t)+x(t)*y(t);
```

$$eq1 := \frac{d}{dt}x(t) = -2\,x(t) + x(t)\,y(t)$$

```
> eq2:=diff(y(t),t)=2*y(t)-x(t)*y(t);
```

$$eq2 := \frac{d}{dt}y(t) = 2\,y(t) - x(t)\,y(t)$$

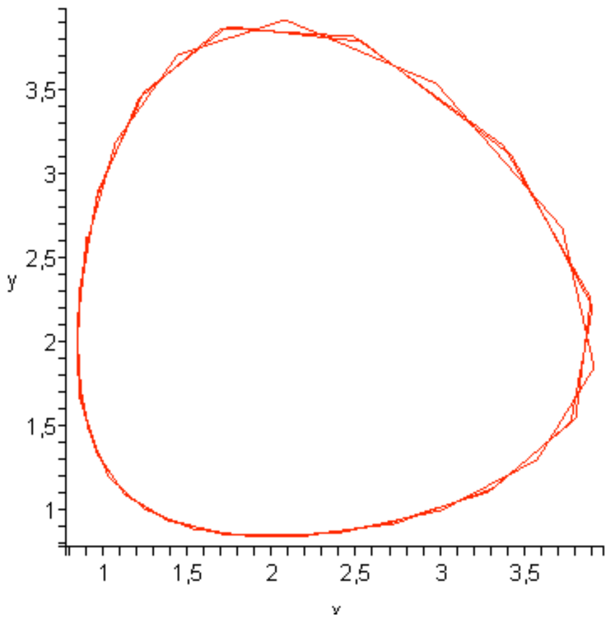
```
> dsolve({eq1,eq2,x(0)=3,y(0)=1},{x(t),y(t)});
> # MAPLE ne résout pas le sytème, on peut en demander une résolution approchée #
> r:=dsolve({eq1,eq2,x(0)=3,y(0)=1},{x(t),y(t)}, numeric);
```

$r :=$ **proc**(x_rkf45) ... **end proc**;

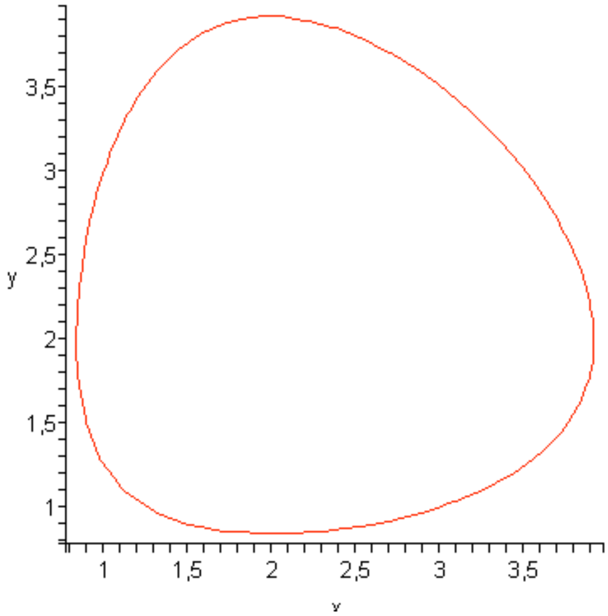
```
> with(plots):
```

Warning, the name changecoords has been redefined

```
> odeplot(r,[x(t),y(t)],t=-5..5);
```




```
> # On montre qu'une équation implicite de cette courbe est x^2y^2exp(4-x-y)=9#
> implicitplot(x^2*y^2*exp(4-x-y)=9, x=0..4, y=0..4);
```



> # **Exercice 24** f(x) est la somme des exp(-xsqrt(n))#

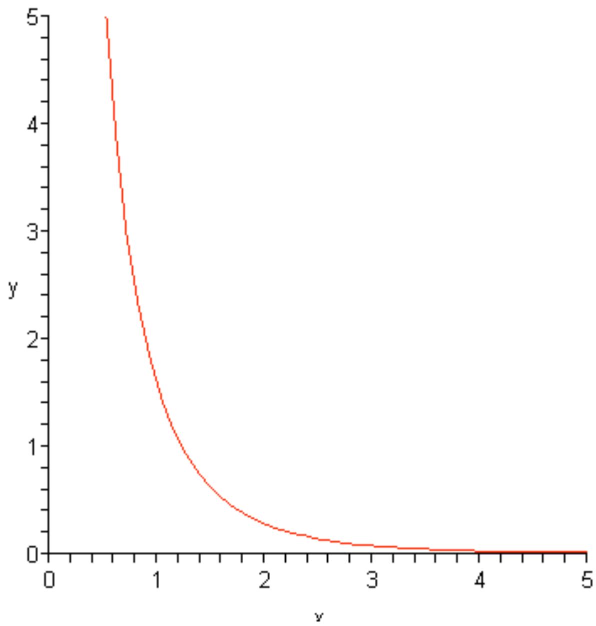
> restart: f:=sum(exp(-x*sqrt(n)), n=1..+infinity);

$$f := \sum_{n=1}^{\infty} e^{(-x\sqrt{n})}$$

> g:=sum(exp(-x*sqrt(n)), n=1..25);

$$g := e^{(-x)} + e^{(-x\sqrt{2})} + e^{(-x\sqrt{3})} + e^{(-x\sqrt{4})} + e^{(-x\sqrt{5})} + e^{(-x\sqrt{6})} + e^{(-x\sqrt{7})} + e^{(-x\sqrt{8})} + e^{(-x\sqrt{9})} + e^{(-x\sqrt{10})} + e^{(-x\sqrt{11})} + e^{(-x\sqrt{12})} + e^{(-x\sqrt{13})} + e^{(-x\sqrt{14})} + e^{(-x\sqrt{15})} + e^{(-x\sqrt{16})} + e^{(-x\sqrt{17})} + e^{(-x\sqrt{18})} + e^{(-x\sqrt{19})} + e^{(-x\sqrt{20})} + e^{(-x\sqrt{21})} + e^{(-x\sqrt{22})} + e^{(-x\sqrt{23})} + e^{(-x\sqrt{24})} + e^{(-x\sqrt{25})}$$

> plot(g,x=0..5,y=0..5);



> # calcul de l'intégrale de f(x) entre 1 et +infinity#

```
> u:=n->int(exp(-x*sqrt(n)), x=1..+infinity);
```

$$u := n \to \int_1^{\infty} e^{(-x\sqrt{n})}\, dx$$

```
> u(n);
```

$$\frac{1}{\sqrt{n}\, e^{(\sqrt{n})}}$$

```
> # calcul d'une valeur approchée de la somme des u(n)#
```

```
> # estimation du nombre de termes pour une précision de 10^(-3), on majore le reste par une intégrale#
```

```
> int(1/(sqrt(t)*exp(sqrt(t))), t=n..+infinity);
```

$$2\, e^{(-\sqrt{n})}$$

```
> fsolve(2*exp(-sqrt(v))=0.001,v, 0..+infinity);
```

$$57.77371820$$

```
> sum(evalf(exp(-sqrt(j))/sqrt(j)), j=1..58);
```

$$0.9475863717$$

> #**Exercice 25** suite récurrente définie par x[n]<0 et x[n]-x[n]^2=x[n-1]#

```
> restart:
```

```
> x[0]:=-2;
```

$$x_0 := -2$$

```
> N:=10;
```

$$N := 10$$

```
> for k from 1 to N do x[k]:= fsolve(t-t^2=x[k-1], t=-infinity..0) od;
```

$$x_1 := -1.000000000$$

$$x_2 := -0.6180339887$$

$$x_3 := -0.4316834166$$

$$x_4 := -0.3256412154$$

$$x_5 := -0.2587102315$$

$$x_6 := -0.2132392526$$

$$x_7 := -0.1806168177$$

$$x_8 := -0.1562140030$$

$$x_9 := -0.1373492002$$

$$x_{10} := -0.1223738428$$

```
> # la limite est 0#
```

```
> # On note u[n]=ln(1+x[n+1]-x[n]), on peut majorer le reste de la série de terme -x[n+1], on veut calculer une
```

valeur approchée de la somme des u[n]#

```
> restart:
> x[0]:=-2.0;S:=0;
```

$$x_0 := -2.0$$

$$S := 0$$

```
> for k from 1 to 500 while abs(x[k-1])>0.01 do x[k]:= fsolve(t-t^2=x[k-1], t=-infinity..0); S:=S+ln(1+x[k]-x[k-1]) od:
> S;
```

$$1.599508760$$

```
> k;
```

$$106$$

> #**Exercice 26** Série de fourier de la fonction définie sur [-Pi..Pi] par f(x)=Pi^2/12-x^2/4#

```
> restart:
> assume(n,integer);
> f:=Pi^2/12-x^2/4;
```

$$f := \frac{1}{12}\pi^2 - \frac{1}{4}x^2$$

```
> 2/Pi*int(f*cos(n*x), x=0..Pi);
```

$$\frac{(-1)^{(1 + n\sim)}}{n\sim^2}$$

```
> # somme de Fourier#
> g:=sum((-1)^(k+1)/(k^2*(k^2+1))*cos(k*x), k=1..+infinity);
```

$$g := \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{(k+1)}\cos(k\,x)}{k^2\,(k^2+1)}$$

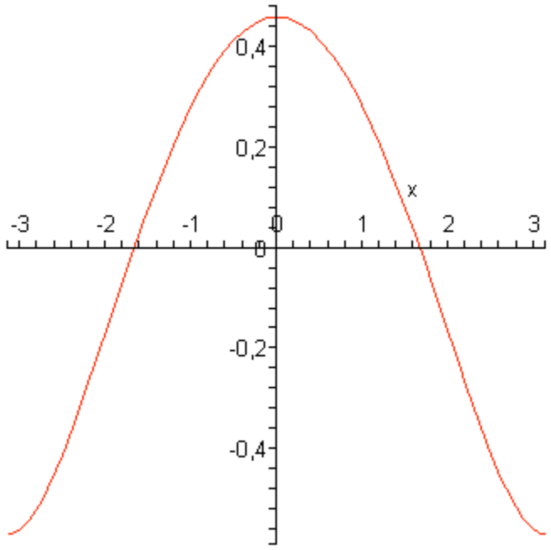
```
> plot(g,x=-Pi..Pi);
```

Warning, computation interrupted

```
> # On approche g par #
> h:= sum((-1)^(k+1)/(k^2*(k^2+1))*cos(k*x), k=1..10);
```

$$h := \frac{1}{2}\cos(x) - \frac{1}{20}\cos(2\,x) + \frac{1}{90}\cos(3\,x) - \frac{1}{272}\cos(4\,x) + \frac{1}{650}\cos(5\,x) - \frac{1}{1332}\cos(6\,x) + \frac{1}{2450}\cos(7\,x) - \frac{1}{4160}\cos(8\,x) + \frac{1}{6642}\cos(9\,x) - \frac{1}{10100}\cos(10\,x)$$

```
> plot(h,x=-Pi..Pi);
```


0,4
0,2
x
-3
-2
-1
0
1
2
3
-0,2
-0,4

>