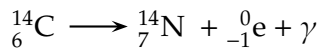


Exercice I — La radioactivité au service de l'archéologie

1. Désintégration du « carbone 14 »

- 1.1. Les noyaux de carbone 12 et 13 sont des isotopes car ils ont le même nombre de protons (6), mais des nombres de neutrons différents (6 pour le premier, 7 pour le second).
- 1.2. Le noyau de carbone 14 contient 6 protons et 8 neutrons, soit un ensemble de 14 nucléons.
- 1.3. Équation de la réaction de désintégration :



C'est donc une radioactivité β^- .

2. Propriétés des désintégrations radioactives

2.1. Annexe à rendre avec la copie.

- 2.1.1. La transformation radioactive d'un noyau possède un caractère *aléatoire*.
- 2.1.2. La désintégration d'un noyau *n'affecte pas* celle d'un noyau voisin.
- 2.1.3. Un noyau « âgé » a *autant de chance* de se désintégrer qu'un noyau « jeune ».
- 2.1.4. L'évolution d'une population d'un grand nombre de noyaux radioactifs possède un caractère *aléatoire*.

2.2. Recherche de l'expression mathématique.

- 2.2.1. Dans les trois cas, $N(t = 0) = N_0$.
Dans chacun des cas :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_{(a)} = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_{(b)} = -\infty$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_{(c)} = +\infty$$

Donc seule l'expression (a) doit être retenue, puisque c'est la seule qui indique un nombre de noyau actif nul après un temps infini.

- 2.2.2. \mathcal{A}_0 représente l'activité de l'échantillon à l'instant initial $t = 0$. En dérivant la loi de décroissance radioactive $N(t)$:

$$\mathcal{A} = -\frac{dN}{dt} = +N_0\lambda e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A}_0 = \mathcal{A}(t = 0) = +N_0\lambda$$

- 2.2.3. Le texte indique une activité de 13,6 désintégration par minute pour un gramme d'être vivant. Cette indication est conforme à la définition de l'activité, qui est un nombre de désintégration par seconde. Il reste donc à effectuer une conversion d'unité :

$$\mathcal{A}_0 = \frac{13,6}{60} = 0,227 \text{ s}^{-1}$$

- 2.2.4. L'âge zéro correspond à l'instant $t = 0$ de la mort de l'échantillon.

3. Datation au « carbone 14 »

- 3.1. Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est le temps au bout duquel la moitié des noyaux de l'échantillon se sont désintégrés :

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$$

- 3.2. Loi de décroissance radioactive :

$$N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$$

Identification avec la définition du temps de demi-vie :

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$\Leftrightarrow e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda t_{1/2} = \ln(2)$$

- 3.3. Application numérique :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5,73 \cdot 10^3}$$

$$\lambda = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ an}^{-1}$$

- 3.4. Loi de décroissance radioactive :

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

Application numérique : $A_0 = 13,6 \text{ min}^{-1}$, $A = 7,16 \text{ min}^{-1}$, λ trouvé précédemment :

$$t = -\frac{1}{1,21 \cdot 10^{-4}} \ln\left(\frac{13,6}{7,16}\right) \approx 5300 \text{ ans}$$

- 3.5. Le corail, vieux de 120 milles ans, n'a pas pu être daté au carbone 14, dont l'âge maximum que l'on peut déterminer est 40 milles ans.

4. Choix du radioélément.

- 4.1. Pour une fois le temps de demi-vie, il reste 50 % des noyaux, 25 % pour deux fois, 12,5 % pour trois fois et donc 6,25 % pour quatre fois.
- 4.2. Calculons le rapport de l'âge de la Terre t_T sur le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du potassium 40 :

$$\frac{t_T}{t_{1/2}} = \frac{4,5 \cdot 10^9}{1,3 \cdot 10^9} = 3,5$$

soit moins de quatre fois le temps de demi-vie, temps au bout duquel il reste encore 6,25 % des noyaux. Le potassium 40 permet donc de déterminer l'âge de la Terre.

Exercice II — Corrosion des gouttières

1. Suivi cinétique de la transformation

1.1. Calculons les quantités de matière initiales :

$$n_{\text{Zn}} = \frac{m}{M} = \frac{0,50}{65,4} = 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = [\text{H}_3\text{O}^+] V = 0,40 \times 75,0 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

Les quantités de matière de produits sont nulles à l'état initial ; on complète le tableau d'avancement donné en annexe, en millimoles.

1.2. $x_{\text{max}} = 7,6 \text{ mmol}$, le réactif limitant est le métal zinc $\text{Zn}_{(s)}$.

1.3.

1.3.1. Le coefficient stœchiométrique devant $\text{H}_{2(g)}$ étant 1,

$$x = n(\text{H}_2)$$

En utilisant la loi du gaz parfait donnée :

$$x = \frac{(P - P_i) V_{\text{gaz}}}{RT}$$

1.3.2. Lorsque l'avancement x est maximal, la pression P est maximale :

$$x_{\text{max}} = \frac{(P_{\text{max}} - P_i) V_{\text{gaz}}}{RT}$$

Les deux dernières relations peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{x}{P - P_i} = \frac{V_{\text{gaz}}}{RT} \\ \frac{x_{\text{max}}}{P_{\text{max}} - P_i} = \frac{V_{\text{gaz}}}{RT} \end{cases}$$

En éliminant le second membre commun :

$$\frac{x}{P - P_i} = \frac{x_{\text{max}}}{P_{\text{max}} - P_i}$$

$$\Leftrightarrow x = x_{\text{max}} \frac{P - P_i}{P_{\text{max}} - P_i}$$

1.3.3. Sur la courbe en annexe, on trace une asymptote horizontale, coupant l'axe des ordonnées en :

$$x_{\text{max}} = 7,6 \text{ mmol}$$

1.3.4. À $t = 50,0 \text{ min}$, le tableau des résultats indique $P = 1452 \text{ hPa}$. De plus, la valeur maximale de la pression vaut $P_{\text{max}} = 1757 \text{ hPa}$, toujours selon les indications du tableau (valeur constante dès $t = 190,0 \text{ min}$). On reporte ces valeurs dans la

formule trouvée précédemment (on peut laisser les pressions en hectopascal, puisque l'on a un rapport) :

$$x = 7,6 \cdot 10^{-3} \times \frac{1452 - 1020}{1757 - 1020}$$

$$\Rightarrow x = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} = 4,5 \text{ mmol}$$

Sur la courbe en annexe, on mesure $x = 4,5 \text{ mmol}$. Les deux valeurs sont identiques.

1.4. La vitesse volumique de réaction est proportionnelle à la pente de la courbe $x(t)$ donnée en figure 2.

La courbe étant de forte pente croissante allant en diminuant, jusqu'à s'annuler, on peut en déduire que la vitesse volumique est maximale à $t = 0$, puis décroît jusqu'à *quasiment* s'annuler pour $t > 190 \text{ min}$.

2. Facteurs cinétiques

2.1. La concentration est un facteur cinétique. Plus la concentration initiale en ions oxonium est importante, plus la réaction est rapide. Ainsi on a la correspondance :

$$\begin{cases} 1 \leftrightarrow (a) \\ 3 \leftrightarrow (b) \\ 2 \leftrightarrow (c) \end{cases}$$

2.2.

2.2.1. Plus le zinc est sous une forme *divisée*, plus la réaction est rapide.

2.2.2. La couche de carbonate de zinc protège le zinc de toute corrosion ultérieure, puisque la réaction a une vitesse nulle dans l'expérience 6 ; il s'agit d'un cas de *passivation*.

3. Pluie acide et gouttières

3.1. Relation liant le pH à la concentration en ions oxonium :

$$\text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+] \Leftrightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

Application numérique :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

3.2. Les gouttières de zinc utilisées dans les habitations ne sont pas sous forme de poudre (facteur cinétique du 2.2) et sont recouvertes de la fameuse couche de carbonate de zinc, d'aspect patiné, qui se forme en milieu humide. Seules les zones découpées lors de la pose peuvent être temporairement sujettes à corrosion ; cependant, on remarque que la concentration en ions oxonium est faible (facteur cinétique du 2.1), donc finalement l'emploi du zinc en construction est une solution durable et pérenne.

Équation chimique		$\text{Zn}_{(s)} + 2\text{H}_3\text{O}^+_{(aq)} = \text{Zn}^{2+}_{(aq)} + \text{H}_{2(g)} + 2\text{H}_2\text{O}_{(l)}$				
État	Avance ^{mt}	Quantités de matière (mmol)				
État initial	0	7,6	30	0	0	Excés
En cours	x	$7,6 - x$	$30 - 2x$	x	x	Excés
État final	7,6	0	14,8	7,6	7,6	Excés

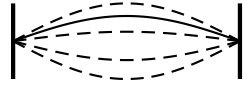
Exercice III — Sons émis par une corde de violoncelle

1. Le son produit par la corde frottée

1.1. Les modes de vibration d'une corde sont appelés modes propres.

1.2. *Étude à la lumière du jour*

1.2.1. Dans le mode fondamental, on observe un fuseau.



1.2.2. Un fuseau correspond à $\lambda/2$, donc la longueur d'onde demandée vaut :

$$\lambda_1 = 2L = 138,0 \text{ cm}$$

1.3. *Étude à l'oscilloscope numérique*

1.3.1. Sur la figure 7 page 10 de l'énoncé, on a deux motifs en entier sur 8 divisions, d'où la période du fondamental :

$$T_1 = \frac{8 \times 2,5 \cdot 10^{-3}}{2} = 10 \text{ ms}$$

La fréquence du fondamental est l'inverse :

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ Hz}$$

1.3.2. La fréquence du fondamental est associée à l'impression physiologique de hauteur du son.

1.4. Sélectionner la fréquence la plus élevée du stroboscope, puis réduire cette fréquence jusqu'à obtenir immobilité apparente de la corde. Continuer en réduisant encore la fréquence du stroboscope, pour vérifier qu'il s'agissait bien de la

plus faible fréquence permettant d'obtenir une seule image fixe de la corde.

1.5. Célérité de l'onde sur la corde :

$$v = \frac{\lambda}{f_1} = \frac{1,38}{100} = 1,38 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$$

1.6. *Analyse spectrale*

1.6.1. $f_2 = 2f_1$ et $f_3 = 2f_1$.

1.6.2. Le pic @ correspond à f_1 , le Ⓟ à f_2 et le © à f_3 .

1.7. Pour un son d'une octave supérieure, la fréquence est doublée :

$$f' = 2f_1$$

2. Le son produit par la corde pincée

2.1. Sur la figure 9 en page 10 de l'énoncé, on mesure une période T_1 identique à celle de la figure 7, donc la hauteur du son n'est pas modifiée.

2.2. Le timbre du son a été modifié. La composition spectrale du son est différente, les deux oscillogrammes ont même périodes mais des amplitudes et des formes différentes.

3. Une autre technique avec la corde frottée

Par cette dernière technique, on obtient à nouveau un son à l'octave supérieure, et de timbre différent au son produit en « corde frottée », puisque les amplitudes des différentes harmoniques sont changées. En revanche, on a un enrichissement harmonique, avec un léger étalement des pics, comme si les fréquences des harmoniques variaient.